8. Vistas 3D

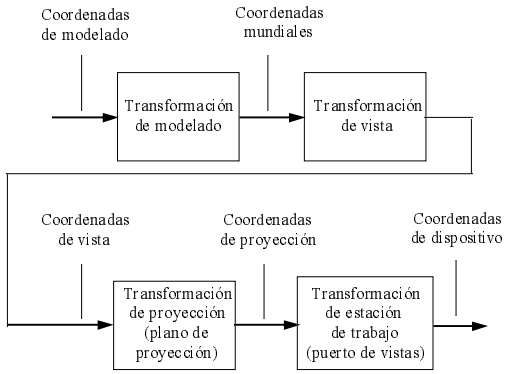
8.1 Tubería de Vista

Definición Vistas 3D: transformación de objetos 3D en un plano de proyección de 2D.

Los pasos necesarios para lograr vistas en 3D son los siguientes:

- *Especificación del tipo de proyección*: Se introducen **proyecciones** de 3D a 2D. Las dos proyecciones mas importantes son **perspectiva** y **ortogonal paralela**.
- *Especificación de los parámetros de vista*: Una vez determinado el tipo de proyección se especifica las condiciones para la vista del mundo real, o la escena. Esto incluye *posición* del ojo y la *ubicación del plano de vista* - la superficie donde la proyección finalmente se despliega. Se usan dos sistemas de coordenadas - el de la escena (**mundo**) y el de la **vista** o **sistema de coordenadas del ojo**.
- *Recorte en tres dimensiones*: Se recorta porciones de la escena de 3D que no son requeridas para el despliega final. Se puede ignorar lo que esta detrás nuestro o lo que esta muy lejano. Se requiere recorte contra un **volumen de vista**.
- *Proyección y despliegue*: Los contenidos de la proyección del volumen de vista sobre el plano de proyección, llamada la **ventana**, se transforman (mapean) dentro del puerto de vista para su despliegue.

La siguiente figura muestra los pasos importantes en el modelo conceptual del proceso de vistas de 3D, el cual es el modelo presentado al usuario en numerosos paquetes gráficos.

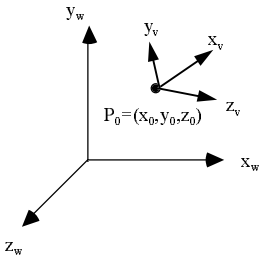


8.2 Coordenadas de Vista

Generar una vista de un objeto en 3D es parecido a tomar una fotográfica del objeto.
El tipo y el tamaño del lente de la cámara determinan que partes de la escena aparecen en la imagen final.

8.2.1 Especificación del plano de visión

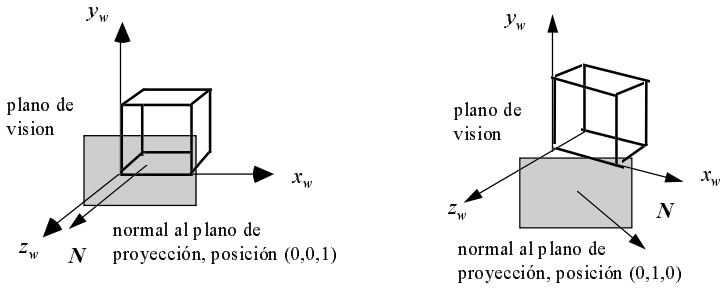
Se selecciona una vista particular para una escena al establecer primero el **sistema de coordenadas de vista**, o **sistema de coordenadas de referencia de vista** (**VRC** - **Viewing-Reference Coordinate**), como se muestra en la siguiente figura.



De esta manera se defina un **plano de visión** (**View Plane**), o **plano de proyección**, perpendicular al eje de vista de z_v.
Podemos considerar el plano de visión como el plano de la película en una cámara, el cual se ha colocado y orientado para la filmación particular de la escena.
Las posiciones en coordenadas mundiales en la escena se transforman a coordenadas de vista, que a su vez se proyectan en el plano de visión.

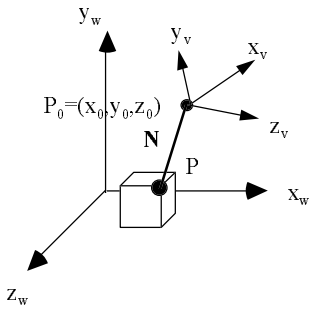
Para establecer el marco de referencia de las coordenadas de vista, primero se escoge una posición en coordenadas mundiales que se llama **punto de referencia de vista** (**VRP** - **View Reference Point**).
Este punto es el origen del sistema de coordenadas de vista.
Con frecuencia, se selecciona el punto de referencia de vista cerca o sobre la superficie de algún objeto en una escena.
Pero también se pudiera elegir un punto que se sitúe en el centro del objeto, en el centro de un grupo de objetos o en alguna posición exterior enfrente de la escena que se va a desplegar.
Si se selecciona un punto que esta cerca de un objeto o sobre este, se puede considerar este punto como la posición en la cual podríamos querer dirigir una cámara para tomar una fotográfica del objeto.
De modo alternativo, si seleccionamos un punto que se encuentra a cierta distancia de una escena, podríamos considerarlo como la posición de la cámara.

A continuación, se selecciona la dirección positiva para el eje de vista z_v y la orientación del plano de visión, al especificar el **vector normal del plano de visión**, ***N*** (**VPN** - **View-Plane Normal**).
Se elige una posición de coordenadas mundiales y este punto establece la dirección para ***N*** con respecto del origen mundial o del origen de coordenadas de vista.
Por ejemplo, los paquetes de gráficas GKS y PHIGS orientan ***N*** en relación con el origen de las coordenadas mundiales, como se aprecia en la siguiente figura.



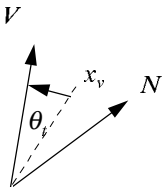
La normal N del plano de visión entonces es el segmento de línea dirigido del origen mundial hacia la posición de la coordenada seleccionada.
O sea, se especifica ***N*** como un vector de coordenadas mundiales.
Algunos otros paquetes (e.g. GL de Silicon Graphics) establecen la dirección para ***N*** al utilizar la posición de coordenadas seleccionada como un *puerto de vista* con respecto del punto de referencia de vista (origen de las coordenadas de vista).

En la siguiente figura se ilustra este método para definir la dirección de ***N***, que es del punto de visión hacia el punto de referencia de vista.

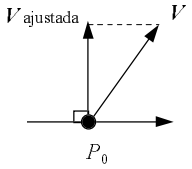


Otra posibilidad es establecer un sistema de coordenadas de lado izquierdo y tomar ***N*** y el eje positivo de z_v del origen de vista al puerto de vista.
Solo es necesario establecer la dirección de z_v; la magnitud no tiene importancia, ya que se normalizara ***N*** a un vector unitario mediante los cálculos de vista.

Por ultimo, se indica la dirección de la vista al especificar un vector ***V*** llamado **vector de vista hacia arriba** (**VUP** - **View-Up Vector**)
Este vector sirve para establecer la dirección positiva del eje de y_v.
También es posible definir el vector ***V*** como un vector de coordenadas mundiales, o en algunos paquetes, se especifica como una *ángulo de torsión* θ_t, con respecto del eje de z_v, como se puede apreciar en la siguiente figura.

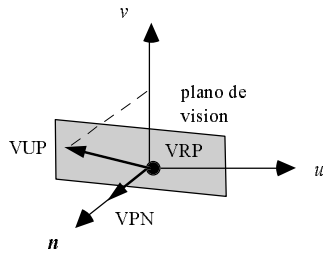


Para una orientación general del vector normal, puede ser difícil (o requerir mucho tiempo) determinar la dirección para ***V*** que sea exactamente perpendicular a ***N***.
Por tal razón, y por lo general, los procedimientos de vista ajustan la orientación definida para ***V*** por el usuario, como se ilustra en la siguiente figura, de manera que se proyecta ***V*** en un plano perpendicular al vector normal.

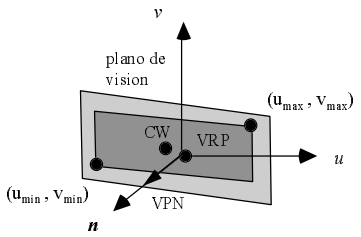


Podemos determinar que el vector de vista hacia arriba tenga cualquier dirección conveniente, en tanto que no sea paralelo a ***N***.
Como ejemplo, consideremos una especificación interactiva de las coordenadas de referencia de vista al utilizar PHIGS, donde el punto de referencia de vista a menudo se establece en el centro de un objeto que se va a ver.

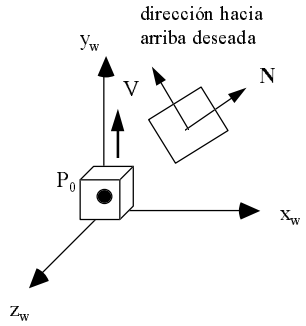
La siguiente figura muestra la relación entre los diferentes vectores



Con el sistema VRC definido, las coordenadas *u* y *v* mínimo y máximo de la ventana (**CW** - **Center of Window**) pueden definirse como se ve en la siguiente figura

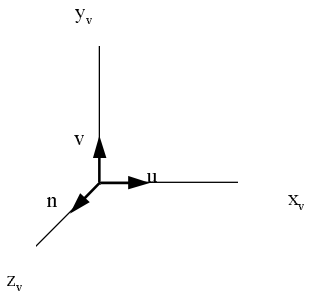


Si luego se desea ver el objeto en la dirección con un ángulo determinado, como se muestra en la siguiente figura, podemos seleccionar ***V*** simplemente como el vector mundial (0,1,0) y este vector se proyectara en el plano perpendicular a ***N*** para establecer el eje de y_v.

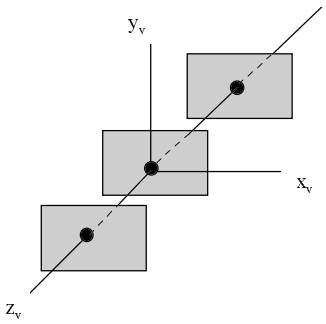


Esta operación es mucho mas sencilla que intentar dar entrada a un vector que sea exactamente perpendicular a ***N***.

Al utilizar los vectores ***N*** y ***V***, el paquete de gráficas puede calcular un tercer vector ***U***, perpendicular tanto a ***N*** como a ***V***, para definir la dirección para el eje de x_v.
De esta manera es posible ajustar la dirección de ***V*** de modo que sea perpendicular tanto a ***N*** como a ***U***, a fin de establecer la dirección de vista de y_v.
Estos cálculos se realizan en forma conveniente con vectores de eje unitarios, que se utilizan también para obtener los elementos de la matriz de transformación de coordenadas mundiales de vista.
Es frecuente que el sistema de vista se describa como un sistema *uvn*, como se muestra en la siguiente figura.



Por lo general, los paquetes gráficos permiten que los usuarios seleccionen la posición del plano de visión a lo largo del eje de z_v, al especificar la distancia del *plano de visión* desde el origen de vista.
El plano de visión siempre es paralelo al plano $x_v y_v$ y la proyección de los objetos hacia el plano de visión corresponde a la vista de la escena que se desplegara en el dispositivo de salida.
La siguiente figura muestra ejemplos del posicionamiento del plano de visión.



Si establecemos la distancia del plano de visión en el valor de 0, el plano de $x_v y_v$ (o plano *uv*) de coordenadas de vista se convierte en el plano de visión para la transformación de la proyección.
En ocasiones se utiliza el termino “plano *uv*” para hacer referencia al plano de visión, no importe donde se sitúe en relación con el plano de $x_v y_v$, que no es el plano de visión necesariamente.

Las coordenadas de vista de lado izquierdo se utilizan a veces en los paquetes de gráficas de manera que la dirección de vista es en la dirección positiva de z_v.
Pero, los sistemas de vista de lado derecho son mas comunes porque tienen la misma orientación que el marco de referencia mundial.
Esto permite que los paquetes de gráficas manejen solo una orientación de coordenadas tanto para las referencias de vista como para las referencias mundiales, e.g. PHIGS y GL utilizan un sistema de vista de lado derecho.

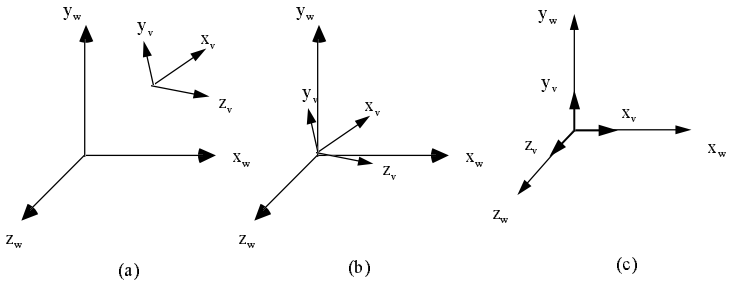
Con el propósito de obtener una serie de vistas de una escena, se puede conservar fijo el punto de referencia de vista y cambiar la dirección de ***N***.
Esta operación corresponde a la generación de vistas conforme nos desplazamos alrededor del origen de las coordenadas de vista.
En aplicaciones interactivas, el vector normal ***N*** es el parámetro de vista que se modifica con mayor frecuencia.
Al cambiar solo la dirección de ***N***, podemos ver una escena desde cualquier dirección excepto a lo largo de la línea de ***V***.
A fin de obtener cualquiera de las dos vistas posibles a lo largo de la línea de ***V***, seria necesario cambiar la dirección de ***V***.
Si deseamos simular movimiento de la cámara a través de una escena, podemos mantener fijo ***N*** y mover el punto de referencia de vista alrededor.

8.2.2 Transformación de coordenadas mundiales a coordenadas de vista

Antes de poder proyectar las descripciones de objetos al plano de visión, estas se deben transferir a coordenadas de vista.
La conversión de las descripciones de objetos de coordenadas mundiales a coordenadas de vista equivale a una transformación que superpone el marco de referencia de vista sobre el marco mundial al utilizar operaciones geométricas básicas de traslación y rotación.
Esta secuencia de transformaciones es:
1. Se traslada el punto de referencia de vista al origen del sistema de coordenadas mundiales.
2. Se aplican rotaciones para alinear los ejes x_v, y_v y z_v con los ejes mundiales x_w, y_w y z_w, de manera respectiva.

Si el punto de referencia de vista se especifica en una posición mundial (x_0, y_0, z_0), se traslada este punto al origen mundial con la matriz de transformación $T(-x_0, -y_0, -z_0)$.

La secuencia de rotación puede implicar hasta tres rotaciones del eje de coordenadas, según la posición que se seleccione para ***N***.
En general, si ***N*** no esta alineado con ninguno de los ejes de coordenadas, podemos superponer los sistemas de vista y mundial con la secuencia de transformaciones $R_x \cdot R_y \cdot R_z$.
Es decir, primero giramos alrededor del eje mundial de x_w para trasladar z_v al plano $x_w z_w$.
De este modo efectuamos una rotación con respecto del eje y x_w para alinear los ejes de y_w y y_v.
Además, si el sistema de referencia de vista es de lado izquierdo, también es necesaria una reflexión de uno de los ejes de vista (e.g. el eje z_v).
La siguiente figura ilustra la secuencia general de transformaciones de traslación y rotación.



Entonces se aplica la matriz de transformación compuesta en las descripciones de coordenadas mundiales para transformarlas a coordenadas de vista.

Otro método para generar la matriz de transformación y rotación consiste en calcular los vectores unitarios *uvn* y formar la matriz de rotación compuesta de manera directa.
Dados los vectores ***N*** y ***V***, se calculan estos vectores unitarios como

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{N} / |\boldsymbol{N}| = (n_1,\ n_2,\ n_3)$$
$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{N} / |\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{N}| = (u_1,\ u_2,\ u_3)$$
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$$

Este método también ajusta en forma automática la dirección de ***V*** de modo que ***v*** sea perpendicular a ***n***.
La matriz de rotación compuesta para la transformación de vista es

$$R = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & 0 \\ v_1 & v_2 & v_3 & 0 \\ n_1 & n_2 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

que transforma ***u*** en el eje mundial de x_w, ***v*** en el eje de y_w y ***n*** en el eje de z_w.
Por otro lado, esta matriz lleva a cabo de manera automática la reflexión necesaria para transformar un sistema de vista de lado izquierdo en un sistema mundial de lado derecho.

La transformación completa de coordenadas mundiales a coordenadas de vista se obtiene como el producto matricial

$$M_{VC \leftarrow WC} = R \cdot T$$

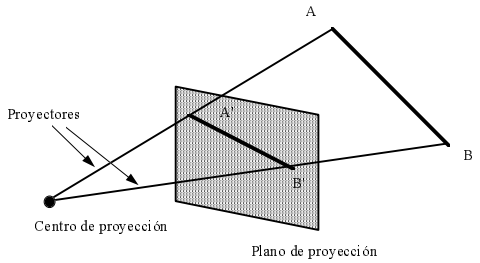
De esta manera se aplica esta transformación en las descripciones de coordenadas de los objetos en la escena para transferirlas al marco de referencia de vistas.

8.3 Proyecciones

En general, las proyecciones transforman puntos en un sistema de coordenadas de dimensión *n* hacia puntos en un sistema de coordenadas de dimensión menor que *n*.
La proyección de un objeto 3D se define por rayos de proyección derechos, llamados **proyectores**, que emanan del **centro de proyección**, pasando a través de cada punto del objeto, e intersectando un **plano de proyección** para formar la proyección.
El centro de proyección puede estar a una distancia **finita** o **infinita** del plano de proyección.

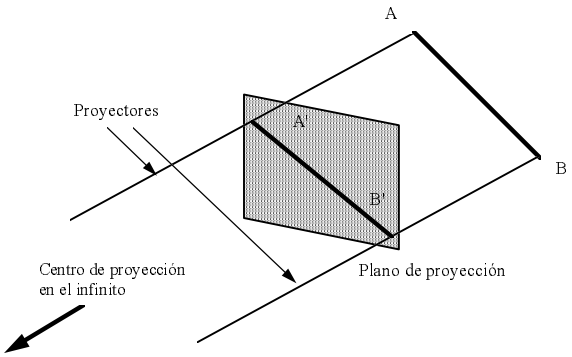
La clase de proyecciones tratadas aquí se conocen como **proyecciones geométricas planas**, ya que la proyección es sobre un plano y no sobre una superficie curva, y usa proyectores derechos y no curvos.
Muchas proyecciones cartográficas no son planas o geométricas.

Las proyecciones se pueden dividir en dos clases básicas: **perspectiva** y **paralela**.
Se distinguen en la relación del centro de proyección al plano de proyección.
Si la distancia de una a la otra es **finita**, entonces la proyección es **perspectiva**, como se muestra en la siguiente figura:

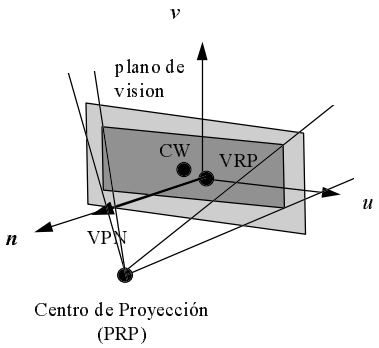


Según el centro de proyección se aleja, los proyectores pasando sobre cualquier objeto se hacen cada vez mas paralelos.

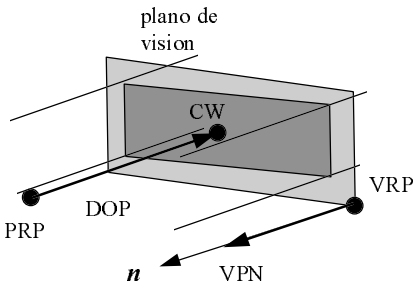
Cuando la distancia entre el centro de proyección y el plano de proyección es **infinita**, los proyectores se hacen paralelos, y la proyección es **paralela**, como se muestra en la siguiente figura:



Cuando se define una proyección perspectiva, explictamente se especifica su **centro de proyección** (**Center of Projection** o **PRP** - **Projection Reference Point**).
La siguiente figura ilustra la proyección:



Para una proyección paralela se da la **dirección de proyección** (**DOP - Direction of Projection**).
La siguiente figura ilustra la proyección:



La ventana no tiene que ser simétrica con respecto al VRP, incluso el VRP puede estar fuera del limite de la ventana.
El VRP no tiene que corresponder al CW.
El centro y dirección de proyección se definen por el PRP (projection reference point) junto con un indicador del tipo de proyección.
Si la proyección es perspectiva, PRP es el centro de proyección.
Si la proyección es paralela, entonces el DOP es del PRP al CW.

El PRP se especifica en el sistema VRC, no en coordenadas mundiales; por lo cual la posición del PRP relativa al VRP no cambia según se mueva VUP o VRP.
La ventaja es que es que se puede especificar la dirección de proyección y luego cambiar el VPN y VUP (cambiando por lo tanto el VRC), sin tener que recalcular el PRP necesario para mantener la proyección deseada.
Por otro lado, moviendo el PRP para obtener vistas diferentes de un objeto puede ser mas difícil.

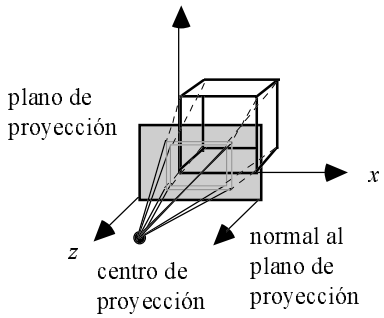
El centro de proyección, siendo un punto, tiene coordenadas homogéneas de tipo
centro proyección = (x, y, z, 1).
Como la dirección de proyección es un vector, se puede computar restando dos puntos
dirección proyección = (x, y, z, 1) -(x', y', z', 1) = (a, b, c, 1)
Por lo tanto, **direcciones** y **puntos en el infinito** corresponden de forma natural.
En el limite, una proyección de perspectiva cuyo centro de proyección tiende a un punto en el infinito se vuelve una proyección paralela.

El efecto visual de una proyección de perspectiva es similar a la de los sistemas fotográficos y del sistema visual humano, y se conoce como **acortamiento de perspectiva** (**perspective foreshortening**).
El tamaño de la proyección de perspectiva de un objeto varia inversamente con la distancia del objeto al centro de proyección.
Aunque la proyección de perspectiva se vea realista, no es muy útil para obtener la forma exacta y medidas del objeto; las distancias no pueden obtenerse de la proyección, los ángulos se preservan solo sobre las caras del objeto paralelos al plano de proyección, y las líneas paralelas en general no se proyectan como tal.

La proyección paralela es menos realista ya que no hay acortamiento de perspectiva, aunque pueden haber diferentes acortamientos constantes sobre cada eje.
La proyección puede usarse para medidas exactas, y las líneas paralelas se mantienen como tal.
Como en la proyección de perspectiva, los ángulos se preservan solo sobre las caras del objeto paralelas al plano de proyección.

8.3.1 Proyección Perspectiva

La siguiente figura muestra la construcción de una perspectiva, definiendo el centro de proyección con algunos de los proyectores y el plano de proyección cortando el eje de z.

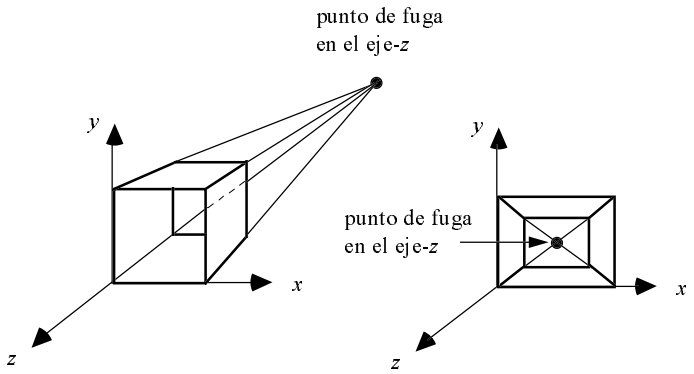


Las proyecciones perspectivas de cualquier conjunto de líneas paralelas que no son paralelas al plano de proyección convergen en un **punto de fuga** (**vanishing point**).
En 3D, las líneas paralelas se juntan solo en el infinito, por lo cual se puede ver el punto de fuga como la proyección de un punto en el infinito.
Existen un numero infinito de puntos de fuga, uno para cada una de la infinidad de direcciones en que se puede orientar una línea.

8.3.1.1 Un punto de fuga

Si el conjunto de líneas es paralelo a uno de los tres ejes principales, el punto de fuga se llama un **punto de fuga de eje** (**axis vanishing point**).
Existen como máximo tres tales puntos, correspondientes al numero de ejes principales cortados por el plano de proyección.
Por ejemplo, si el plano de proyección corta solo el eje *z* (y es por lo tanto normal a el), solo el eje *z* tiene un punto de fuga principal, ya que las líneas paralelas a los ejes *x* y *y* también son paralelas al plano de proyección y no tienen punto de fuga.

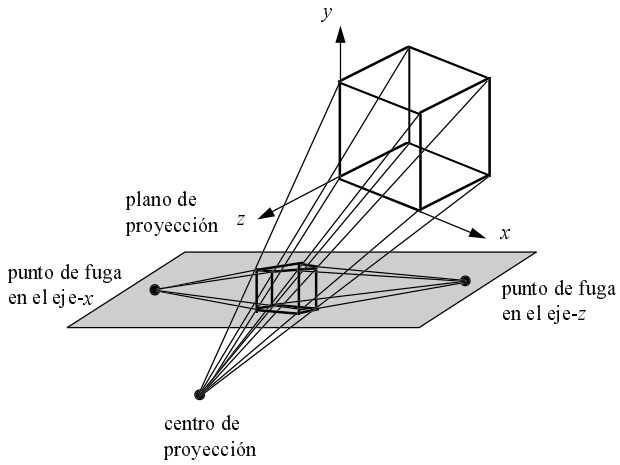
Las proyecciones en perspectiva se categorizan según su numero de puntos de fuga principal y por lo tanto por el numero de ejes que corta el plano de proyección.
La siguiente figura muestra dos proyecciones en perspectiva de un punto diferentes para un cubo.



Esta claro que son proyecciones de un punto ya que las líneas paralelas a los ejes de *x* y *y* no convergen; solo las líneas paralelas al eje de *z* lo hacen.

8.3.1.2 Dos puntos de fuga

La siguiente figura muestra la construcción de una perspectiva de dos puntos.
Nótese que las líneas paralelas al eje de y no convergen en la proyección.



Perspectivas de dos puntos son comunmente usadas en arquitectura, ingeniería, diseño industrial, y diseño gráfico.

8.3.1.3 Tres puntos de fuga

Perspectivas de tres puntos se usan menos frecuentemente, ya que agregan poco realismo mas allá que las perspectivas de dos puntos.

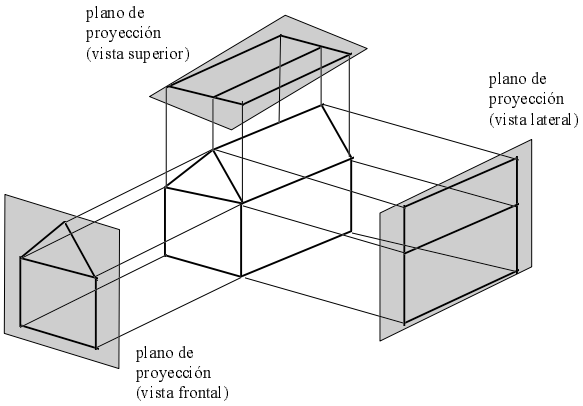
8.3.2 Proyección Paralela

Las proyecciones paralelas se categorizan en dos tipos, dependiendo de la relación entre la dirección de proyección y la normal al plano de proyección.

8.3.2.1 Paralela Ortogonal

Proyección Paralela ortogonal (**orthographic**) - la dirección de proyección y la normal al plano de proyección son iguales (o son el reverso una de la otra), por lo cual la dirección de proyección es normal al plano de proyección.

Los tipos mas comunes de proyecciones ortogonales son **elevación-frontal**, **elevación-superior** (**top**) o **elevación de plano** (**plan**), y **elevación-lateral**.
En todos estos casos, el plano de proyección es perpendicular a un eje principal, el cual es por lo tanto la dirección de proyección.
La siguiente figura muestra la construcción de estas tres proyecciones; utilizadas a menudo en dibujos de ingeniería para mostrar partes de maquinas, ensamblados, y construcciones, ya que se puede medir de ellos las distancias y los ángulos.

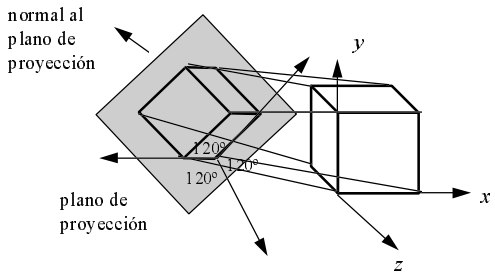


Sin embargo, como cada proyección muestra solo una cara de un objeto, es difícil de deducir la naturaleza tridimensional del objeto proyectado, incluso si varias proyecciones del mismo objeto se estudian simultaneamente.

Proyección ortogonal axonomÈtrica - usa planos de proyección que no son normales a un eje principal y por lo tanto muestra varias caras de un objeto a la vez.
Se parece en esto a una proyección en perspectiva, con la diferencia en que el acortamiento (foreshortening) es uniforme, en lugar de relativo a la distancia del centro de la proyección.
Se preserva el paralelismo de las líneas, pero no los ángulos, y las distancias pueden medirse a lo largo de cada eje principal (en general, con diferentes factores de escala).

Proyección isométrica - es una proyección axonométrica común, donde la normal al plano de proyección (y por lo tanto la dirección de proyección) tiene ángulos iguales con cada eje principal.

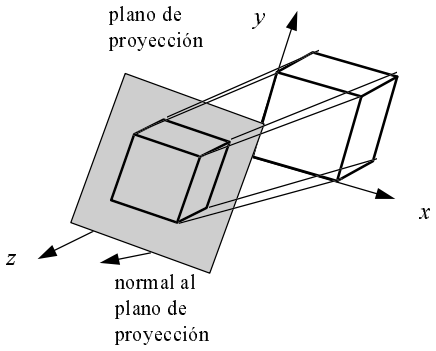
Si la normal al plano de proyección es (d_x, d_y, d_z), entonces se requiere $|d_x| = |d_y| = |d_z|$ o $\pm d_x = \pm d_y = \pm d_z$.
Existen solo ocho direcciones (una para cada octante) que satisfacen esta condición).
La siguiente figura muestra la construcción de una proyección isométrica a lo largo de una de estas direcciones (1, -1, -1).



La proyección isométrica tiene las propiedades útiles que sus tres ejes principales se acortan igualmente, permitiendo medidas a la misma escala a lo largo de los ejes (de aquí su nombre: *iso* para igual, *métrico* para medida).
Además, las proyecciones de los ejes principales hacen ángulos iguales de 120º entre si.

8.3.2.2 Paralela Oblicua

Proyección Paralela Oblicua - la dirección de proyección y la normal al plano de proyección no son iguales.
Proyecciones oblicuas combinan propiedades de las proyecciones ortogonales superior, frontal y lateral con las de las proyecciones axonométricas: el plano de proyección es normal a un eje principal, por lo cual la proyección de la cara del objeto paralela a este plano permite medición de ángulos y distancias.
Las otras caras del objetos proyectadas permiten que se midan las distancias a lo largo de los ejes principales, pero no los ángulos.
Las proyecciones oblicuas se utilizan mucho ya que son fáciles de dibujar.
La siguiente figura muestra la construcción de una proyección oblicua.



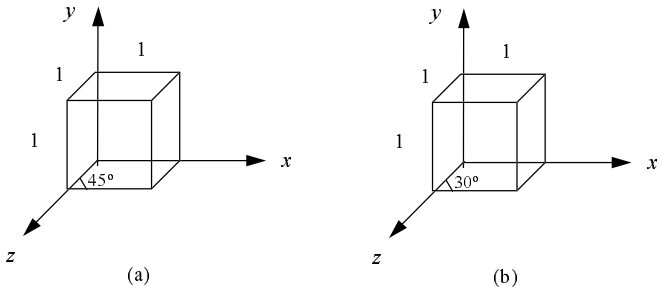
Nótese que la normal al plano de proyección y la dirección de proyección no son iguales.

Dos proyecciones frecuentemente usadas son **caballera** (**cavalier**) y **gabinete** (**cabinet**).

Caballera - La dirección de proyección hace un ángulo de 45º con el plano de proyección.
Como resultado, la proyección de una línea perpendicular al plano de proyección tiene el mismo largo que la propia línea, o sea, no hay acortamiento.
Las siguientes figuras muestra varias proyecciones caballeras del cubo unitario al plano (x,y), formando un ángulo α con la horizontal, tipicamente de 30º o 45º.

La figura (a) tiene dirección de proyección de $\left(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, -1\right)$.

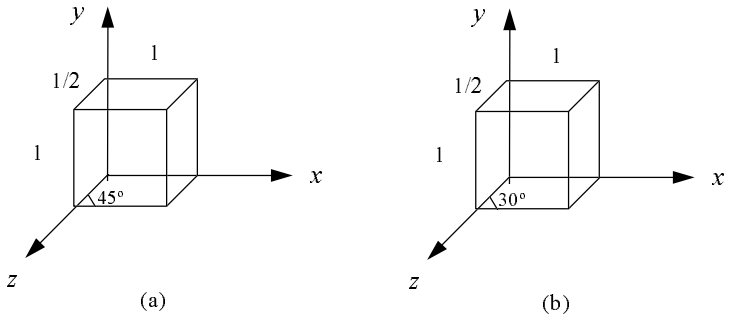
La figura (b) tiene dirección de proyección de $\left(\sqrt{3}/2, 1/2, -1\right)$.



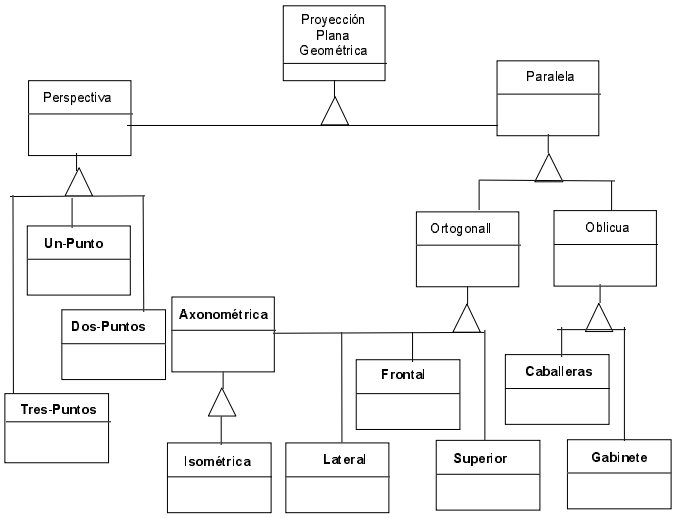
Gabinete - La dirección de proyección que hace un ángulo de arctan(2) = 63.4º con el plano de proyección, por lo cual las líneas perpendiculares al plano de proyección tiene un medio de su largo actual.
Las proyecciones de gabinete son un poco mas realistas que las caballeras, ya que el acortamiento por un medio va mas de acuerdo con las experiencias visuales.
Las siguientes figuras muestra varias proyecciones gabinete del cubo unitario al plano (x,y), formando un ángulo α con la horizontal, tipicamente de 30º o 45º.

La figura (a) tiene dirección de proyección de $\left(\sqrt{2}/4, \sqrt{2}/4, -1\right)$.

La figura (b) tiene dirección de proyección de $\left(\sqrt{3}/4, 1/4, -1\right)$.

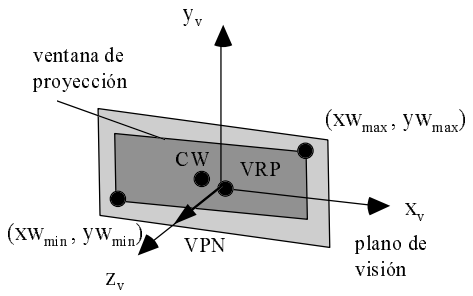


La siguiente figura muestra la relación lógica entre varios tipos de proyecciones.

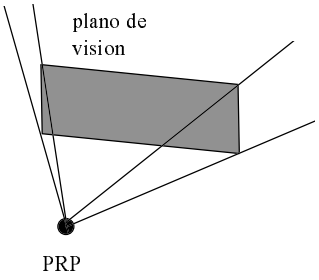


8.4 Volúmenes de Vista

En analogía a la cámara, el tipo de lente que se utiliza es un factor que determina el porcentaje de la escena que se capta en la película.
Un lente granangular capta una parte mas amplia de la escena que un lente regular.
En una vista tridimensional, una **ventana de vista** (**view window**), o **ventana de proyección** (**projection window**), en el plano de visión se usa para el mismo efecto.
Las aristas de la ventana de vista son paralelas al eje de $x_v y_v$ y las posiciones de frontera de la ventana se especifican en coordenadas de vista, como se muestra a continuación.

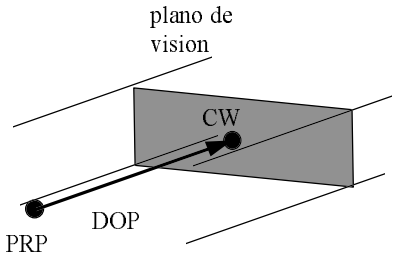


Dada la especificación de la ventana de vista, se puede establecer el **volumen de vista** (**view volume**) al utilizar las fronteras de la ventana.
Solo aquellos objetos en el volumen de vista aparecerán en le despliegue, limitando la porción del mundo que se recortara y proyectara sobre el plano de vista.
Para una proyección perspectiva el volumen de vista es la pirámide semi-infinita con el ápice en PRP y los aristas pasando por las esquinas de la ventana.

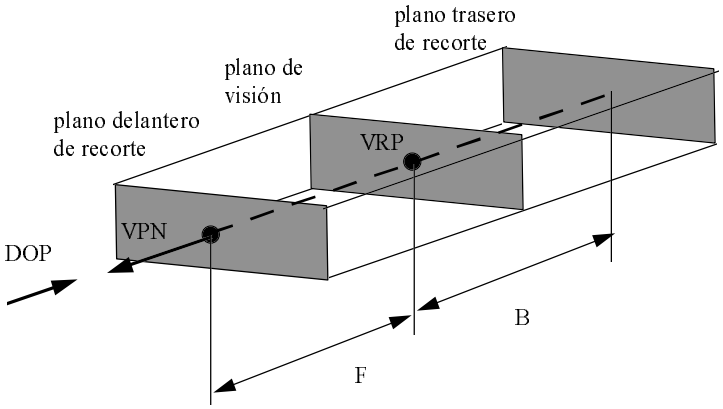


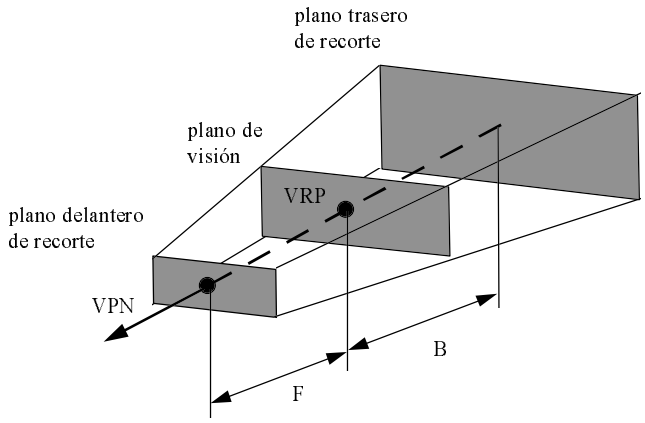
Las posiciones detrás del centro de proyección no se incluyen en el volumen de vista y por lo tanto no se proyectan.
En realidad, nuestros ojos ven un volumen de vista cónico; sin embargo, un volumen de vista piramidal es mas fácil de analizar matematicamente, y es consistente con el concepto de un puerto de vista rectangular.

Para proyecciones paralelas, el volumen de vista es un paralelepipedo infinito con los lados paralelos a la dirección de proyección, el cual es la dirección de PRP a CW.



Se obtiene un volumen de vista finito al limitar la extensión del volumen en la dirección de z_v.
Esta operación se realiza al especificar las posiciones para uno o dos planos de fronteras adicionales.
Las siguientes figuras muestran como se limita el volumen de vista con un **plano de recorte de frontal** y un **plano de recorte posterior** (**Front/Back Clipping Plane**), también llamados plano cercano y lejano (**Hither** y **Yon**), son planos paralelos al plano de vista en posiciones especificas z_{front} y z_{back}; su normal es VPN.
Ambos planos deben situarse en el mismo lado del punto de referencia de proyección y el plano posterior debe estar mas distante del punto de proyección que el plano frontal.
Los planos se especifican por las **distancias de frente**, positivas o negativas, (*F* - **Front distance**) y la **distancia de atrás** (*B* - **Back distance**) relativa a VRP a lo largo de VPN, con distancias positivas en la dirección de VPN.
Para que el volumen de vista no este vacío, la distancia de frente debe ser algebraicamente mayor que la distancia de atrás.





Limitando de esta forma el volumen de vista puede ser útil para eliminar objetos ajenos, permitiendo concentrar en los objetos necesarios.
Modificación dinámica de las distancias de adelante o detrás puede dar al usuario un buen sentido de la relación espacial entre diferentes partes del objeto según sus partes aparecen o desaparecen de la vista.
Para proyección de perspectiva existe una motivación adicional.
Un objeto muy distante del centro de proyección se proyecta sobre la superficie de vista como una mancha sin forma distinguible.
También, un objeto muy cercano al centro de proyección pudiera extenderse a través de toda la ventana, sin una estructura discernible.
Especificando un volumen de vista puede aparentemente eliminar tales problemas.

Para mapear los contenidos de un volumen de vista en la superficie de despliegue, primero se considera un cubo unitario de 0 a 1 para cada una de las dimensiones de **coordenadas de proyección normalizadas** (**NPC** - **Normalized Projection Coordinates**).
El volumen de vista se transforma en un rectángulo sólido de NPC, que se extiende de x_{min} a x_{max} a lo largo del eje de x, de y_{min} a y_{max} a lo largo del eje de y, y de z_{min} a z_{max} a lo largo del eje de z.
El plano de recorte delantero se vuelve el plano z_{max} y el plano de recorte trasero se vuelve z_{min}.
Similarmente, el lado u_{min} del volumen de vista se vuelve el plano x_{min}, y el lado u_{max} del volumen de vista se vuelve el plano x_{max}.
Finalmente, el lado v_{min} del volumen de vista se vuelve el plano y_{min}, y el lado v_{max} del volumen de vista se vuelve el plano y_{max}.
Esta porción de rectángulo sólido de NPC, llamada **puerto de vista 3D** (**3D Viewport**), esta dentro del cubo unitario.
La cara z=1 de este cubo unitario, a su vez, se mapea al cuadrado mas grande que pueda meterse en el despliegue.

La localización relativa del plano de visión y los planos de recorte frontal y posterior depende del tipo de vista que queremos generar y de las limitaciones del paquete de gráficas particular.
En PHIGS, se puede ubicar el plano de visión en cualquier parte a lo largo del eje de z_v excepto que no puede contener el punto de referencia de proyección.
Y los planos frontal y posterior pueden encontrarse en cualquier posición con respecto del plano de visión en tanto que el punto de referencia de proyección no este entre estos planos.
El volumen de vista por omisión en PHIGS se forma como un cubo unitario al utilizar una proyección paralela con z_{front} = 1, z_{back} = 0, el plano de visión coincidente con el plano posterior y el punto de referencia de proyección en la posición (0.5,0.5,1.0) en el plano frontal.

Las proyecciones paralelas ortogonales no se ven afectadas por el posicionamiento del plano de visión, ya que las líneas de proyección son perpendiculares al plano de visión no obstante su localización.
Las proyecciones oblicuas se pueden ver afectadas por el posicionamiento del plano de visión, dependiendo de como se deba especificar la dirección de proyección.

En PHIGS, la dirección de proyección oblicua es paralela a la línea desde el punto de referencia de proyección al centro de la ventana.
Por lo tanto, el desplazamiento de la posición del plano de visión sin mover el punto de referencia de proyección cambia la asimetría de los lados del volumen de vista.

PHIGS utiliza matrices de 4x4, la matriz de orientación de vista y la matriz de mapeo de vista, para representar el conjunto completo de especificación de vista.
El VRP, VPN, y VUP se combinan para formar la **matriz de orientación de vista** (**View Orientation Matrix**), la cual transforma posiciones representadas en coordenadas mundiales a posiciones representadas en VRC.
Esta transformación lleva los ejes u,v, y n a los ejes x,y, y z, respectivamente.

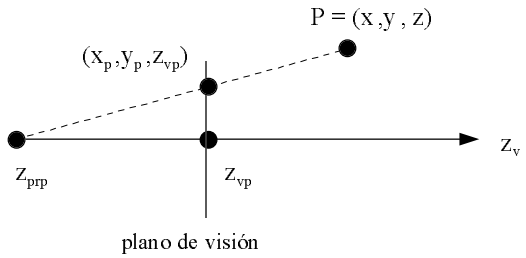
La especificación del volumen de vista, dad por PRP, u_{min}, u_{max}, v_{min}, v_{max}, F, y B, junto con la especificación del puerto de vista de 3D, dada por x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}, z_{min}, z_{max}, se combinan para formar la **matriz de mapeo de vista** (**View Mapping Matrix**), la cual transforma puntos en VRC a puntos en coordenadas de proyección normalizadas NPC.

8.5 Matemáticas para proyecciones

Se presenta las matemáticas básicas para proyecciones geométricas planas.
Se simplifican los cálculos en la proyección de perspectiva asumiendo que el plano de proyección es normal al eje de z en z=d, y en la proyección paralela el plano de proyección es el plano z=0.
Cada una de las proyecciones se puede definir por una matriz de 4x4.
Esto es conveniente ya que la matriz de proyección se puede componer con las matrices de transformación, permitiendo dos operaciones (transformación y proyección) representarse como una sola matriz.

8.5.1 Perspectiva

Para calcular las transformaciones, establecemos el punto de referencia de proyección en la posición z_{prp} a lo largo del eje de z_v y situamos el plano de visión en z_{vp} como se muestra en la siguiente figura.



Podemos expresar estas ecuaciones al describir las posiciones de coordenadas a lo largo de esta línea de proyección en perspectiva en forma parametrica como

$$x' = x - xu$$
$$y' = y - yu$$
$$z' = z - (z - z_{prp})u$$

El parámetro u toma valores de 0 a 1 y la posición de coordenadas (x', y', z') representa cualquier punto a lo largo de la línea de proyección.
Cuando u = 0 estamos en la posición P=(x, y, z).
En el otro extremo de la línea, u = 1 y tenemos las coordenadas del punto de referencia de proyección (0,0, z_{prp}).

En el plano de visión, $z' = z_{vp}$ y podemos despejar la ecuación de z para el parámetro de u en esta posición a lo largo de la línea de proyección

$$u = (z - z_{vp})/(z - z_{prp})$$

Al sustituir este valor de u en las ecuaciones para x' y y', obtenemos las ecuaciones de transformación de perspectiva

$$x_p = x - x(z - z_{vp})/(z - z_{prp}) = x(z_{vp} - z_{prp})/(z - z_{prp}) = x(d_p/(z - z_{prp}))$$
$$y_p = y - y(z - z_{vp})/(z - z_{prp}) = y(z_{vp} - z_{prp})/(z - z_{prp}) = y(d_p/(z - z_{prp}))$$

donde $d_p = z_{vp} - z_{prp}$ es la distancia del plano de visión desde el punto de referencia de proyección.

Al utilizar una representación de coordenadas homogéneas tridimensionales, podemos expresar la transformación de proyección en perspectiva en forma de matriz ($M_{\text{perspective}}$) como

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_p/(z - z_{prp}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_p/(z - z_{prp}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{vp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

o de manera similar

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{vp}/d_p & -z_{vp}(z_{prp}/d_p) \\ 0 & 0 & 1/d_p & -z_{prp}/d_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

En esta representación, el factor homogéneo es

$$h = (z - z_{prp})/d_p = (z - z_{prp})/(z_{vp} - z_{prp})$$

y las coordenadas de proyección en el plano de visión se calculan a partir de las coordenadas homogéneas como

$$x_p = x_h/h$$
$$y_p = y_h/h$$
$$z_p = z_h/h$$

En general, el punto de referencia de proyección no debe localizarse a lo largo del eje de z_v.
Podemos seleccionar cualquier posición de coordenadas (x_{prp}, y_{prp}, z_{prp}) en cualquiera de los lados del plano de visión para el punto de referencia de proyección.

En algunos paquetes gráficos, siempre se toma el punto de referencia de proyección situado en el origen de las coordenadas de vista.
En este caso, $z_{prp} = 0$ y las coordenadas de proyección en el plano de visión son

$$x_p = x(z_{vp}/z) = x(1/z/z_{vp})$$
$$y_p = y(z_{vp}/z) = y(1/z/z_{vp})$$

Y si además $z_{vp} = d$, entonces

$$x_p = x(d / z) = x/ z / d$$
$$y_p = y(d / z) = y/ z / d$$

La matriz de proyección seria:

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde

$$[x_h \;\; y_h \;\; z_h \; h]^T = [x \;\; y \;\; z \;\; z/d]^T$$

Dividiendo por $h = z/d$ y sacando la cuarta coordenada para volver a 3D, tenemos:

$$(x_h/h, y_h/h, z_h/h) = (x_p, y_p, z_p) = (x/z/d, y/z/d, d)$$

Una alternativa para las ecuaciones de transformación de perspectiva es tomar el plano de visión como el plano uv, entonces $z_{vp} = 0$ y las coordenadas de proyección son

$$x_p = x(-z_{prp}/(z - z_{prp})) = x(-1/(z/ z_{prp} -1))$$
$$y_p = y(-z_{prp}/(z - z_{prp})) = y(-1/(z/ z_{prp} -1))$$

Si $z_{prp} = -d$ entonces

$$x_p = x(-1/(z/ -d -1)) = x/(z/d+1)$$
$$y_p = y(-1/(z/ -d -1)) = y/(z/d+1)$$

Y la matriz sería

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

8.5.2 Paralela

Una proyección paralela ortogonal con el plano de proyección en z_{vp} se describe mediante la siguiente matriz de proyección.

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{vp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si $z_{vp} = 0$ la matriz de proyección se daría por

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

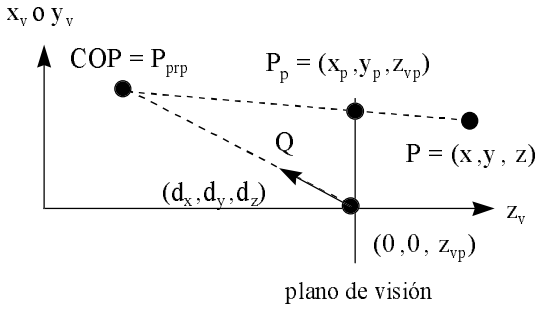
Nótese, que según *d* tiende a infinito en la matriz de proyección de perspectiva, la matriz de proyección se convierte en la ortogonal paralela:

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_p / (z - z_{prp}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_p / (z - z_{prp}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{vp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

dado que la fracción $d_p/(z\text{-}z_{prp})$ se vuelve ∞/∞.

8.5.3 Matriz de Proyección General

Para una formalición mas robusta donde la dirección de proyección no tiene que ser a lo largo del eje de z, se integra ambas matrices de transformación en solo una, a partir de la siguiente figura.



Se describe la proyección de un punto general P=(x,y,z) sobre un plano de proyección $P_p = (x_p, y_p, z_p)$, donde el plano de proyección es perpendicular al eje de z y está a una distancia zv_p del origen, y el centro de proyección (COP) está a una distancia Q del punto (0, 0, z_{vp}).
La dirección de (0, 0, z_{vp}) a COP se da por el vector de dirección normalizado (d_x, d_y, d_z).
P_p está sobre la línea entre COP y P, que puede especificarse parametricamente como

$$P_p = \text{COP} + u(P - \text{COP}), \quad 0 \le u \le 1$$

Esta ecuación se puede escribir como ecuaciones separadas sobre la línea para un punto arbitrario $P'=(x',y',z')$, con COP = $(0, 0, z_{vp}) + Q(d_x, d_y, d_z)$, dando

$$x' = Q\,d_x + (x - Q\,d_x)\,u$$
$$y' = Q\,d_y + (y - Q\,d_y)\,u$$
$$z' = (z_{vp} + Q\,d_z) + (z - (z_{vp} + Q\,d_z))\,u$$

Se define la proyección P_p del punto P, en la intersección de la línea entre COP y **P** con el plano de proyección, sustituyendo $z' = z_{vp}$ en la ecuación anterior

$$u = (z_{vp} - (z_{vp} + Q\,d_z)) / (z - (z_{vp} + Q\,d_z))$$

Sustituyendo el valor de u obtenemos

$$x_p = Q\,d_x + (x - Q\,d_x)\,(z_{vp} - (z_{vp} + Q\,d_z)) / (z - (z_{vp} + Q\,d_z))$$
$$y_p = Q\,d_y + (y - Q\,d_y)\,(z_{vp} - (z_{vp} + Q\,d_z)) / (z - (z_{vp} + Q\,d_z))$$

o

$$x_p = \frac{x - z\dfrac{d_x}{d_z} + z_p\dfrac{d_x}{d_z}}{\dfrac{z_p - z}{Qd_z} + 1} \qquad y_p = \frac{y - z\dfrac{d_y}{d_z} + z_p\dfrac{d_y}{d_z}}{\dfrac{z_p - z}{Qd_z} + 1}$$

Multiplicando por la identidad $z_p = z_p$ se obtiene

$$z_p = z_p\,\frac{\dfrac{z_p - z}{Qd_z} + 1}{\dfrac{z_p - z}{Qd_z} + 1} = \frac{-z\dfrac{z_p}{Qd_z} + \dfrac{z_p^2 + z_p Qd_z}{Qd_z}}{\dfrac{z_p - z}{Qd_z} + 1}$$

Estas ecuaciones pueden escribirse como una matriz general de proyección organizada para que la ultima fila produzca el denominador común, el cual es la coordenada homogénea:

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d_x/d_z & z_{vp}d_x/d_z \\ 0 & 1 & -d_y/d_z & z_{vp}d_y/d_z \\ 0 & 0 & -z_{vp}/Qd_z & z_{vp}^2/Qd_z + z_{vp} \\ 0 & 0 & -1/Qd_z & z_{vp}/Qd_z + 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

La matriz general se especializa en las matrices de proyección previamente derivadas:

Proyección	z_{vp}	**Q**	$[\,d_x\ d_y\ d_z\,]$
Ortogonal	0	∞	[0 0 -1]
Perspectiva	d	d	[0 0 -1]
Perspectiva	0	d	[0 0 -1]

Cuando $Q \neq \infty$ la matriz general define una proyección de perspectiva de un punto.

La distancia entre el centro de proyección y el plano de proyección es $d = z_{prp} - z_{vp}$.

El caso de la matriz ortogonal se obtiene

$$M_{ort} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{vp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En el caso de la matriz de perspectiva se obtiene

$$M_{pers} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{vp}/d & -z_{vp}^2/d + z_{vp} \\ 0 & 0 & 1/d & -z_{vp}/d + 1 \end{bmatrix}$$

El punto de fuga de una proyección de perspectiva se calcula multiplicando el punto en el infinito sobre el eje de z, representado en coordenadas homogéneas como

$$[0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

Tomando este producto y dividiendo por h se obtiene

$$x = Q\, d_x$$
$$y = Q\, d_y$$
$$z = z_{vp}$$

Dado un punto de fuga deseado (x,y) y una distancia conocida Q al centro de la proyección, estas ecuaciones definen de forma única $[\, d_x\, d_y\, d_z\,]$, ya que $\sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2} = 1$.

Similarmente, es fácil mostrar para proyecciones caballeras y gabinete sobre el plano (x,y), con un ángulo α,

Proyección	z_{vp}	**Q**	$[\, d_x\, d_y\, d_z\,]$
Caballera	0	∞	$[\cos\alpha \ \sin\alpha \ -1]$
Gabinete	0	∞	$[(\cos\alpha)/2 \ (\sin\alpha)/2 \ -1]$

En todos estos casos el plano de proyección es perpendicular al eje de z.

8.6 Implementando Proyección de Geometría Plana

Dado un volumen y una proyección, se quiere considerar como se aplica la *operación de vista* de recorte y proyección.
Como lo sugiere el modelo conceptual para vistas, se puede recortar líneas contra el volumen de vista calculando sus intersecciones con los seis planos que definen el volumen de vista.
Las líneas que quedan después del recorte serian proyectadas sobre el plano de vista, al solucionar las ecuaciones simultáneas para la intersección de los proyectores con el plano de vista.
Las coordenadas se transformarían de coordenadas mundiales en 3D a coordenadas de dispositivos en 2D.
Sin embargo, el gran numero de cálculos requerido para esto, repetido para muchas líneas, envuelve computación considerable.
Por suerte existen otros procedimientos mas eficientes, basados en estrategias de dividir y conquistar para quebrar problemas difíciles en una serie de problemas mas sencillos.

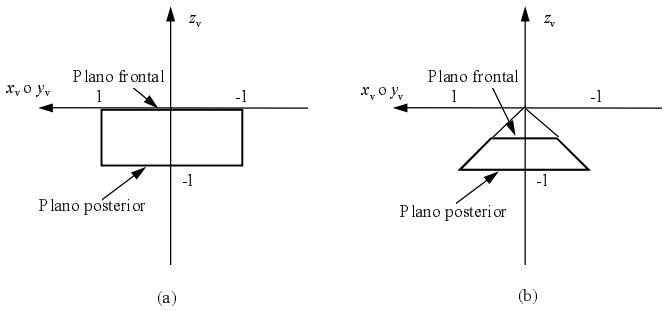
Algunos volúmenes de vista permiten recortar mas facilmente.
Por ejemplo, es sencillo recalcular las intersecciones de una línea con cada uno de los planos de un volumen de vista de una proyección paralela definido por los seis planos:

$$x = -1,\ x = 1,\ y = -1,\ y = 1,\ z = 0,\ z = -1,$$

Esta situación también es cierta para un volumen de vista de proyección en perspectiva definido por los planos

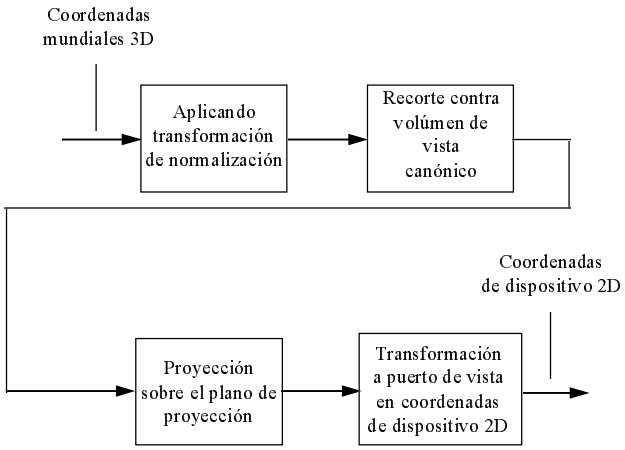
$$x = z,\ x = -z,\ y = z,\ y = -z,\ z = -z_{min},\ z = -1,$$

Estos **volúmenes de vista canónicos** se muestran en la siguiente figura:



La estrategia es encontrar las transformaciones de normalización N_{par} y N_{per} que transformen una volumen de vista paralelo o en perspectiva arbitrario en volúmenes de vista canónicos paralelos o en perspectiva, respectivamente. Entonces, se hace el recorte, seguido de la proyección a 2D.
Esta estrategia arriesga invertir esfuerzo en transformar puntos que a posterior se descartan durante la operación de recorte, pero al menos el recorte se hace facilmente.

La siguiente figura muestra la secuencia de procesos seguidos:



Los volúmenes canónicos definidos por las ecuaciones anteriores son diferentes de los **volúmenes de vista de omisión** en PHIGS; el cubo unitario de 0 a 1 en x, y, y z para proyecciones paralelas, y la pirámide con ápice en (0.5, 0.5, 1) y lados pasando a través del cuadrado unitario de 0 a 1 en x y y sobre el plano z=0 para proyección en perspectiva.
Los volúmenes de vista canónicos se definen para simplificar las ecuaciones de recorte y para proveer consistencia entre proyecciones paralelas y en perspectiva, como se discutirá mas adelante.

Por otro lado, los volúmenes de vista de omisión en PHIGS se definen para hacer la vista en 2D un caso especial de la vista en 3D.

8.6.1 Proyección Paralela

Se derivara aquí la transformación de normalización N_{par} para proyecciones paralelas para transformar posiciones en coordenadas mundiales de manera que el volumen de vista se transforme en un volumen de vista canónico definido por

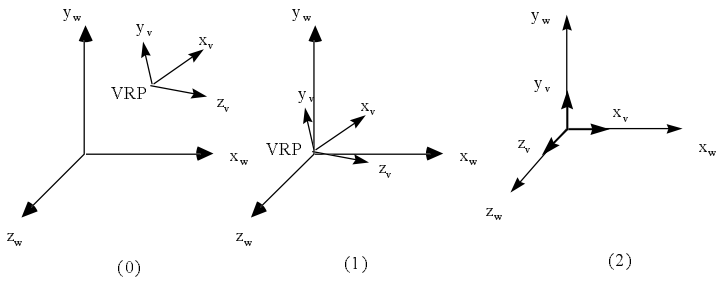
$$x = -1,\ x = 1,\ y = -1,\ y = 1,\ z = 0,\ z = -1$$

Las coordenadas transformadas se recortan contra este volumen de vista canónico, y los resultados recortados se proyectan sobre el plano z=0, y luego se transforman al puerto de vista para su despliegue.

La transformación de normalización N_{par} se deriva para el caso mas general, la proyección paralela oblicua (en lugar de la ortogonal).
N_{par} por lo tanto incluye una transformación shear que causa que la dirección de proyección en coordenadas de vista sea paralela a z, aunque en coordenadas (u, v, n) no sea paralela a VPN.
Al incluir este recorte (shear), se puede proyectar sobre el plano z=0 simplemente haciendo que z=0.
Si la proyección paralela es ortográfica (ortogonal), el componente de recorte (shear) de la transformación de normalización se vuelve la identidad.

La serie de transformaciones que hace N_{par} es la siguiente

1. Trasladar VRP al origen.
2. Rotar VRC de manera que el eje n (VPN) sea el eje z, el eje u sea el eje x, y el eje v sea el eje y.
3. Recortar (shear) de manera que la dirección de proyección sea paralela al eje z.
4. Trasladar y escalar al volumen de vista canónico de proyección paralela.



En PHIGS, los pasos 1 y 2 definen la **matriz de orientación de vista**, y los pasos 3 y 4 definen la **matriz de mapeo de vista**.

El paso 1 es simplemente la traslación T(-VRP).
Para el paso 2, se usa la propiedad de matrices ortogonales especiales.
Los vectores fila de la matriz de rotación para el paso 2 son los vectores unidad que se rotan por R para orientarse como los ejes x, y, y z.
VPN se rota para orientarse como el eje z

$$R_z = \text{VPN}/|\text{VPN}|$$

El eje u, el cual es perpendicular a VUP y VPN y es por lo tanto el producto cruz del vector unidad a lo largo de VUP y R_z (que tiene la misma dirección que VPN), se rota para orientarse en el eje x

$$R_x = \text{VUP} \times R_z \,/\, |\ \text{VUP} \times R_z\ |$$

De forma similar, el eje *v*, el cual es perpendicular a R_x y R_z, se rota para orientarse en el eje *y*

$$R_y = R_x \times R_z$$

Por lo tanto, la rotación en el paso 2 se da por la matriz

$$R = \begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} & 0 \\ r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} & 0 \\ r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde r_{1x} es el primer elemento de R_x, etc.

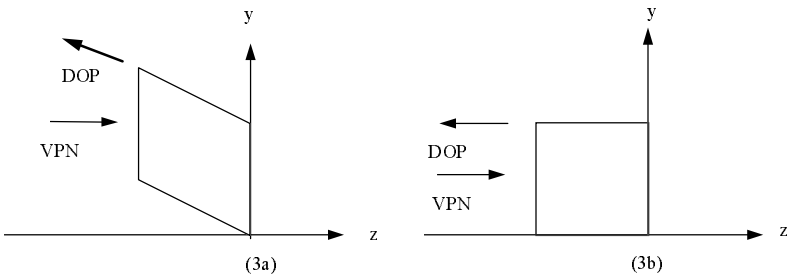
El tercer paso es recortar (shear) el volumen de vista a lo largo del eje *z* de manera que todos sus planos sean normales a uno de los ejes principales de coordenadas.
Esto se hace determinando el recorte (shear) a ser aplicado a la dirección de proyección (DOP) y hacer a DOP coincidente con el eje *z*.
DOP es el vector de PRP al centro de la ventana (CW), y PRP se especifica en VRC. (El PRP se usa sólo para especificar la dirección de proyección DOP)
Los primeros dos pasos de la transformación han hecho que VRC corresponda con el sistema de coordenadas mundiales, por lo cual PRP esta ahora en coordenadas mundiales.
Por lo tanto, DOP es CW-PRP.
Dado

$$DOP = \begin{bmatrix} dop_x \\ dop_y \\ dop_z \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad CW = \begin{bmatrix} \dfrac{u_{\max} + u_{\min}}{2} \\ \dfrac{v_{\max} + v_{\min}}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad PRP = \begin{bmatrix} prp_u \\ prp_v \\ prp_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

entonces

$$\text{DOP} = \text{CW} - \text{PRP} = [(u_{\max}+u_{\min})/2 \ \ (u_{\max}+u_{\min})/2 \ \ 0 \ 1]^{\text{T}} - [prp_u \ prp_v \ prp_n \ 1]^{\text{T}}$$

La siguiente figura muestra el DOP especificado, y el DOP' transformado



El recorte (shear) puede lograrse con la matriz de recorte (x,y), con los coeficientes shx_{par} y shy_{par},

$$SH_{par} = SH_{xy}\,(shx_{par}, shy_{par}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & shx_{par} & 0 \\ 0 & 1 & shy_{par} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Este recorte no afecta a z, mientras se le agrega los términos $z \cdot shx_{par}$ y $z \cdot shy_{par}$ a x y y, respectivamente.
Se quiere obtener shx_{par} y shy_{par} de manera que

$$\text{DOP'} = [0\ 0\ dop_z\ 0]^{T} = SH_{par} \cdot \text{DOP}$$

Haciendo las multiplicaciones de la ecuación anterior seguida por manipulaciones algebraicas muestra que la igualdad ocurre si

$$dop'_x = 0 = dop_x + shx_{par}\ dop_z$$
$$dop'_y = 0 = dop_y + shy_{par}\ dop_z$$

por lo cual los parámetros de recorte son

$$shx_{par} = -dop_x / dop_z, \qquad shy_{par} = -dop_y / dop_z$$

Nótese que, para una proyección ortogonal, $dop_x = dop_y = 0$, por lo cual $shx_{par} = shy_{par} = 0$, y la matriz de recorte se reduce a la identidad.

Los límites del volumen de vista después de haber aplicado estas tres transformaciones son

$$u_{min} \le x \le u_{max}, \qquad v_{min} \le y \le v_{max}, \qquad B \le z \le F,$$

donde F y B son las distancias de VRP a lo largo de VPN a los planos de recorte frontales y posteriores, respectivamente.

El cuarto y ultimo paso en el proceso es transformar el volumen de vista recortado (sheared) en el volumen de vista canónico.
Se logra esto trasladando el centro frontal del volumen de vista, de la ecuación anterior, al origen, luego escalando al tamaño 2x2x1 del volumen de vista canónico.
Las transformaciones son

$$T_{par} = T(-(u_{max}+u_{min})/2,\ -(v_{max}+v_{min})/2,\ -F)$$

$$S_{par} = S(2/(u_{max}+u_{min}),\ 2/(v_{max}+v_{min}),\ 1/(F-B))$$

Si F y B no han sido especificados, entonces cualquier valor que satisface $B \leq F$ se puede usar.
Valores de 0 y 1 son satisfactorios.
En resumen,

$$N_{par} = S_{par} \cdot T_{par} \cdot SH_{par} \cdot R \cdot T(\text{-VRP})$$

N_{par} transforma un volumen de vista arbitrario de proyección paralela a un volumen de vista canónico de proyección paralela, y por lo tanto permite que las primitivas de salida se recorten contra un volumen de vista canónico de proyección paralela.

8.6.2 Proyección Perspectiva

Se derivará aquí la transformación de normalización N_{per} para proyecciones perspectivas para transformar posiciones en coordenadas mundiales de manera que el volumen de vista se transforme en un volumen de vista canónico, la pirámide truncada con ápice en el origen, definido por

$$x = z,\ x = -z,\ y = z,\ y = -z,\ z = -z_{min},\ z = -1$$

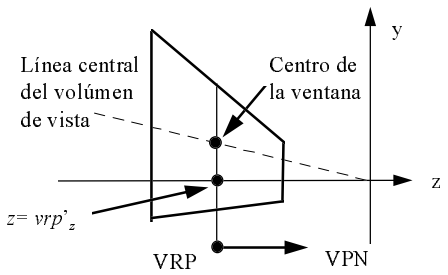
Después de aplicar N_{per}, se recorta contra este volumen canónico y los resultados se proyectan sobre el plano de vista usando M_{per}.

La serie de transformaciones que hace N_{per} es la siguiente

1. Trasladar VRP al origen.
2. Rotar VRC de manera que el eje n (VPN) sea el eje z, el eje u sea el eje x, y el eje v sea el eje y.
3. Trasladar de manera que el centro de proyección (COP), dado por PRP, este en el origen.
4. Recortar (shear) de manera que la línea central del volumen de vista sea el eje z.
5. Escalar de manera que el volumen de vista sea el volumen de vista canónico de perspectiva, la pirámide derecha truncada definida por los seis planos.

Los pasos 1 y 2 son los mismo que la proyección paralela: $R \cdot T(\text{-VRP})$.
El paso 3 es una traslación del centro de proyección (COP) al origen, como se requiere para el volumen de vista canónico de perspectiva.
COP se especifica relativo a VRP en VRC por PRP = (prp_u, prp_v, prp_n).
VRC ha sido transformado a coordenadas mundiales por los pasos 1 y 2, por lo cual la especificación para COP en VRC está ahora también en coordenadas mundiales.
Por lo tanto, la traslación para el paso 3 es simplemente T(-PRP).

Para computar el recorte (shear) del paso 4 se examina la siguiente figura la cual muestra una vista de lado del volumen de vista después de las transformaciones 1 a 3.



Nótese que la línea central del volumen de vista, la cual va del origen al centro de la ventana, no es la misma que el eje -*z*.
El propósito del recorte (shear) es transformar el centro de la línea en el eje -*z*.
La línea central del volumen de vista va de PRP (el cual esta ahora en el origen) a CW, el centro de la ventana.
Por lo tanto es ahora la misma dirección de proyección que para la proyección paralela,o sea, CW-PRP.
Por lo tanto, la matriz de recorte (shear) es SH_{par}, la misma que para la proyección paralela.
Otra forma de ver esto es que la traslación -PRP en el paso 3, la cual movió el centro de proyección al origen, también traslado CW por -PRP; por lo cual, después del paso 3, la línea central del volumen de vista va a través del origen y CW-PRP.

Después de aplicar el recorte (shear), la ventana (y por lo tanto el volumen de vista) esta centrado sobre el eje *z*.
Los limites de la ventana sobre el plano de proyección son

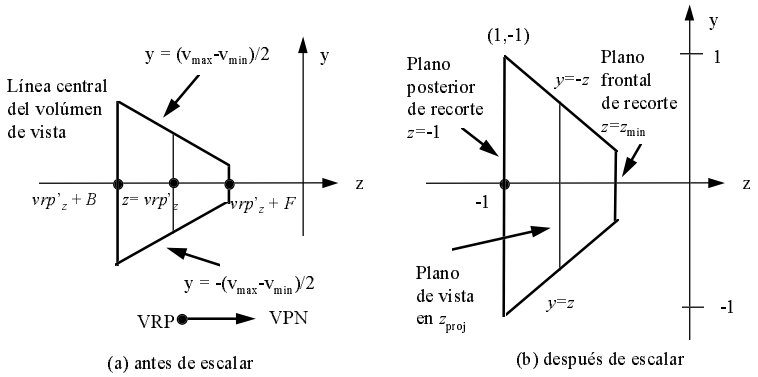
$$-(u_{max}-u_{min})/2 \le x \le (u_{max}-u_{min})/2$$
$$-(v_{max}-v_{min})/2 \le y \le (v_{max}-v_{min})/2$$

El VRP, el cual antes del paso 3 estaba en el origen, se ha ahora trasladado por el paso 3 y recortado (shear) por el paso 4.
Definiendo VRP' como VRP después de la transformación de los pasos 3 y 4

$$VRP' = SH_{par} \cdot T(\text{-PRP}) \cdot [0\ 0\ 0\ 1]^T$$

El componente *z* de VRP', designado como vrp'_z, es igual a $-prp_n$, ya que el shear SH_{par} en (*x*, *y*) no afecta las coordenadas *z*.

El último paso es escalar a lo largo de los tres ejes para crear un volumen de vista canónico, como se muestra en la siguiente figura.



Se puede ver la escala en dos subpasos.
En el primer subpaso, se escala de manera diferencial en *x* y *y*, para dar una pendiente de unidad a los planos que limitan el volumen de vista.
Se hace este subpaso al escalar la ventana de manera que su media altura y medio ancho sean ambos $-vrp'_z$.

$$x = -vrp'_z = (u_{max} - u_{min})/2$$
$$y = -vrp'_z = (v_{max} - v_{min})/2$$

Los factores de escalas de *x* y *y* apropiados son $-2 \cdot vrp'_z/(u_{max} - u_{min})$ y $-2 \cdot vrp'_z/(v_{max} - v_{min})$, respectivamente.
En el segundo subpaso, se escala uniformemente a lo largo de los tres ejes (para mantener pendientes de uno) de manera que el plano de posterior de recorte en $z = vrp'_z + B$ sea el plano *z*=-1.
El factor de escala para este subpaso es $-1/(vrp'_z + B)$.

El factor de escala tiene signo negativo de manera que el factor de escala sea positivo, ya que $vrp'_z + B$ es de por si negativo.

Juntando estos dos subpasos, se obtiene la transformación de escala perspectiva

$$S_{per} = S(2\ vrp'_z/((u_{max} - u_{min})(vrp'_z + B)),\ 2\ vrp'_z/((v_{max} - v_{min})(vrp'_z + B)))$$

Aplicando la escala a z cambia las posiciones del plano de proyección y planos de recorte a las nuevas posiciones

$$z_{proj} = -\ vrp'_z/(vrp'_z + B),$$
$$z_{min} = -\ (vrp'_z + F)/(vrp'_z + B),$$
$$z_{max} = -\ (vrp'_z + B)/(vrp'_z + B) = -1$$

En resumen, la transformación de vista normalizante que toma el volumen de vista de proyección perspectiva al volumen de vista canónico de proyección de perspectiva es

$$N_{per} = S_{per} \cdot SH_{per} \cdot T(\text{-PRP}) \cdot R \cdot T(\text{-VRP})$$

Similarmente, recuérdese la transformación de vista normalizante que toma el volumen de vista de proyección paralela al volumen de vista canónico de proyección paralela es

$$N_{par} = S_{par} \cdot T_{per} \cdot SH_{per} \cdot R \cdot T(\text{-VRP})$$

Estas transformaciones ocurren en espacio homogéneo.
Bajo que condiciones regresamos ahora a 3D para recortar ?
La respuesta es, mientras $W>0$.
Una W negativa implica que, cuando dividimos por W, los signos de Z y z serán opuesto.
Puntos con Z negativa tendrán z positivas y pudieran desplegarse incluso cuando debieran haber sido recortadas.

Cuando se puede estar seguros de que $W>0$?
Rotaciones, traslaciones, escalas y shears aplicados a puntos, líneas y planos mantendrán $W>0$; de hecho mantendrán $W=1$.
Por lo tanto, ni N_{par} ni N_{per} afectaran las coordenadas homogéneas de puntos transformados, por lo cual división por W no será normalmente necesaria para mapear de regreso a 3D, y puede ejecutarse el recorte contra el volumen de vista canónico.
Después del recorte contra el volumen de vista canónico de proyección perspectiva, debe aplicarse la matriz de proyección perspectiva M_{per}, la cual involucra división.

Es posible obtener $W<0$ si las primitivas de salida incluyen curvas y superficies que se representan como funciones en coordenadas homogéneas y que no se despliegan como segmentos rectos conectados.
Si, por ejemplo, el signo de la función para W cambia de un punto en la curva al siguiente mientras el signo de X no cambia, entonces X/W tendrá diferentes signos en dos puntos en la curva.
Un ejemplo de esto son los B-splines racionales.
W negativos pueden resultar también de usar alguna transformación diferentes a las tradicionales.

8.6.3 Recorte contra un Volumen de Vista Canónico en 3D

Los volúmenes de vista canónicos son prismas de 2x2x1 para proyecciones paralelas y la pirámide regular derecha truncada para proyecciones de perspectiva.
Los algoritmos de recorte de Cohen-Sutherland y Cyrus-Beck se pueden extender facilmente para 3D.

La extensión del algoritmo de 2D de Cohen-Sutherland para el volumen de vista canónico paralelo usa códigos de 6 bits; donde un bit es verdadero (1) cuando se satisface su condición:

bit 1 - el punto esta arriba del volumen de vista	$y>1$
bit 2 - el punto esta debajo del volumen de vista	$y<-1$
bit 3 - el punto esta a la derecha del volumen de vista	$x>1$
bit 4 - el punto esta a la izquierda del volumen de vista	$x<-1$
bit 5 - el punto esta detrás del volumen de vista	$z<-1$
bit 6 - el punto esta delante del volumen de vista	$z>0$

Como en 2D, una línea se acepta trivialmente si ambos extremos tienen un código de solo ceros, y se rechaza trivialmente si la operación lógica **and** bit por bit del código no es todos ceros.
De lo contrario, el proceso de subdivisión comienza.
Hasta seis intersecciones podrán ser calculadas, una para cada lado del volumen de vista.

Los cálculos de intersección usan una representación parametrica de la línea desde $P_0(x_0, y_0, z_0)$ a $P_1(x_1, y_1, z_1)$

$$x = x_0 + t(x_1 - x_0)$$
$$y = y_0 + t(y_1 - y_0)$$
$$z = z_0 + t(z_1 - z_0)$$

donde $0 \le t \le 1$.
Según t varia de 0 a 1, las tres ecuaciones dan las coordenadas de todos los puntos extremos de la línea de P_0 a P_1.

Para calcular la intersección de una línea con el plano y=1 del volumen de vista, se reemplaza la variable y de la ecuación anterior por 1, y se resuelve para t para encontrar

$$t = (1 - y_0)/(y_1 - y_0)$$

Si t esta fuera del intervalo de 0 a 1, la intersección esta sobre la línea infinita a través de P_0 a P_1 pero no esta en la porción de la línea entre P_0 y P_1 y por lo tanto no es de interés.
Si t esta entre 0 y 1, entonces su valor se sustituye en las ecuaciones para x y z para encontrar las coordenadas de las intersecciones

$$x = x_0 + (x_1 - x_0)(1 - y_0)/(y_1 - y_0)$$
$$z = z_0 + (z_1 - z_0)(1 - y_0)/(y_1 - y_0)$$

El algoritmo usa códigos para hacer que la prueba de t entre 0 y 1 sea innecesaria.

Los códigos de bits para recorte contra el volumen de vista canónico de perspectiva son:

bit 1 - el punto esta arriba del volumen de vista	$y>-z$
bit 2 - el punto esta debajo del volumen de vista	$y< z$
bit 3 - el punto esta a la derecha del volumen de vista	$x>-z$
bit 4 - el punto esta a la izquierda del volumen de vista	$x< z$
bit 5 - el punto esta detrás del volumen de vista	$z<-1$
bit 6 - el punto esta delante del volumen de vista	$z> z_{min}$

En el plano y=z, debe satisfacerse

$$y_0 + t(y_1 - y_0) = z_0 + t(z_1 - z_0)$$

Entonces,

$$t = (z_0 - y_0)/((y_1 - y_0) - (z_1 - z_0))$$

Sustituyendo por t para x y y da

$$x = x_0 + (x_1 - x_0)(z_0 - y_0)/((y_1 - y_0) - (z_1 - z_0))$$
$$y = y_0 + (y_1 - y_0)(z_0 - y_0)/((y_1 - y_0) - (z_1 - z_0))$$
$$z = y$$

La razón para escoger este volumen de vista canónico es que las pendientes unitarias de los planos hacen que sean sencillos los cálculos de intersección.

8.6.4 Recorte en Coordenadas Homogéneas

Existen dos razones para recortar en coordenadas homogéneas.
La primera tiene que ver con eficacia: Es posible transformar el volumen de vista canónico de proyección de perspectiva en el volumen de vista canónico de proyección paralela, para que una solo procedimiento de recorte, optimizado para volumen de vista canónico de proyección paralela, siempre se pueda usar.
Sin embargo, el recorte debe hacerse en coordenadas homogéneas para asegurar resultados correctos.
Este tipo de procedimiento único de recorte tipicamente se provee en implementaciones de hardware para la operación de vista.
La segunda razón es que los puntos que pueden ocurrir como resultado de las transformaciones homogéneas inusuales y del uso de splines paramétricas racionales pudiera tener W negativas y puede recortarse apropiadamente en coordenadas homogéneas pero no en 3D.

En relación a recorte, se puede demostrar que la transformación del volumen de vista canónico de proyección de perspectiva al volumen de vista canónico de proyección paralela es

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{1+z_{min}} & \dfrac{-z_{min}}{1+z_{min}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

donde $z_{min} \neq -1$.

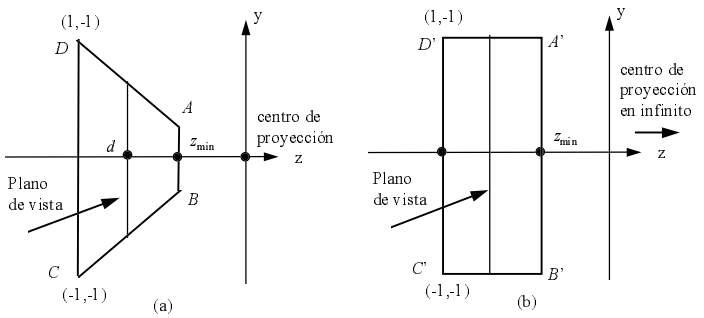
Anteriormente,

$$z_{min} = -(vrp'_z + F)/(vrp'_z + B),$$

y

$$\text{VRP'} = SH_{par} \cdot T(\text{-PRP}) \cdot [0\ 0\ 0\ 1]^T$$

La siguiente figura muestra los resultados de aplicar M al volumen de vista canónico de proyección de perspectiva.



La matriz M se integra con la transformación normalizante de proyección perspectiva N_{per}

$$N'_{per} = M \cdot N_{per} = M \cdot S_{per} \cdot SH_{per} \cdot T(\text{-PRP}) \cdot R \cdot T(\text{-VRP})$$

Usando N'_{per} en lugar de N_{per} para proyección de perspectiva, y al continuar usando N_{par} para proyecciones paralelas, se puede recortar contra el volumen de vista canónico de proyección paralela en lugar del volumen de vista canónico de proyección de perspectiva.

El volumen de vista de proyección paralela 3D se define por

$$-1 \le x \le 1, \qquad -1 \le y \le 1, \qquad -1 \le z \le 0,$$

Se encuentran las iniguladades correspondientes en coordenadas homogéneas al reemplazar x por X/W, y por Y/W, y z por Z/W, lo que resulta en

$$-1 \le X/W \le 1, \qquad -1 \le Y/W \le 1, \qquad -1 \le Z/W \le 0,$$

Las ecuaciones de plano correspondientes son

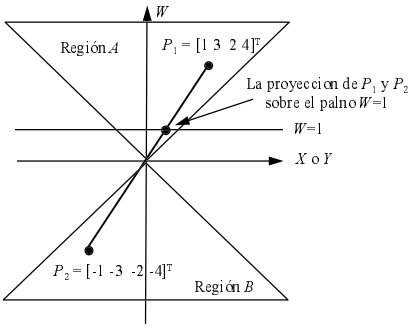
$$X = -W,\ X = W,\ Y = -W,\ Y = W,\ Z = -W,\ Z = 0,$$

Para comprender como usar estos limites y planos, se debe considerar separadamente los casos de $W>0$ y $W<0$.
En el primer caso, se puede multiplicar las inigualdades por W sin cambiar el sentido de las inigualdades.
En el segundo caso, las multiplicaciones cambian el sentido.
Este resultado se puede expresar como

$$W>0\text{: } -W \le X \le W, \qquad -W \le Y \le W, \qquad -W \le Z \le 0,$$
$$W<0\text{: } -W \ge X \ge W, \qquad -W \ge Y \ge W, \qquad -W \ge Z \ge 0,$$

En este caso - el de recortar líneas y puntos ordinarios - solamente la región definida por $W>0$ debe utilizarse, ya que previo a la aplicación de M, todos los puntos visibles tienen $W>0$ (normalmente $W=1$).

A veces es deseable representar puntos directamente en coordenadas homogéneas con coordenadas W arbitrarias.
Por lo tanto, pudiéramos tener un $W<0$, significando que el recorte debe hacerse contra ambas regiones.
La siguiente figura muestra esto como la región A y la región B.



El punto $P_1 = [1\ 3\ 2\ 4]^T$ en la región *A* se transforma en el punto 3D (1/4, 3/4, 2/4), el cual esta en el volumen de vista canónico $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$, $-1 \le z \le 0$.

El punto $P_2 = -P_1 = [-1\ -3\ -2\ -4]^T$, el cual no esta en la región *A* pero si esta en la región *B*, se transforma wb wk mismo punto 3D como P_1 - o sea (1/4, 3/4, 2/4).

Si el recorte fuera solo en la región *A*, entonces P_2 seria descartado incorrectamente.

Esta posibilidad existe ay que los puntos P_1 y P_2 en coordenadas homogéneas difieren por un multiplicador constante (-1), y sabemos que tales puntos homogéneos corresponden al mismo punto 3D (sobre el plano *W*=1 del espacio homogéneo).

Existen dos soluciones a este problema de puntos en la región *B*.

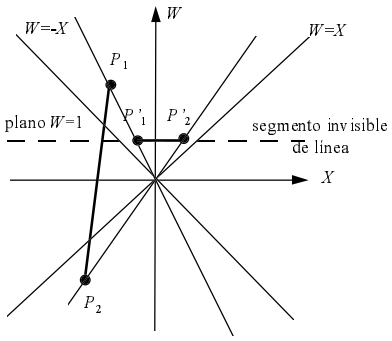
Una es recortar todos los puntos dos veces, una vez contra cada región.

Pero hacer dos recortes es caro.

Una mejor solución es negar puntos, tal como P_2, con *W* negativo, y luego recortarlo.

Similarmente, se puede recortar apropiadamente un línea cuyos extremos estén ambos en la región *B* al multiplicar ambos extremos por -1, para ubicar los puntos en la región *A*.

Otro problema ocurre con líneas como P_1P_2 cuyos extremos tiene valores opuestos de *W*, como se muestra en la siguiente figura.



La proyección de la línea sobre el plano *W*=1 son dos segmentos, uno que va a $+\infty$, y otro a $-\infty$.

La solución es ahora recortar dos veces, una contra cada región, con la posibilidad que cada recorte devuelva un segmento de línea visible.

Una forma fácil de hacer esto es recortar la línea contra la región *A*, negar ambos extremos de la línea, y recortar nuevamente contra la región *A*.

Este enfoque preserva uno de los propósitos originales de recorte en coordenadas homogéneas; usar una sola región de recorte.

8.6.5 Mapeo a un Puerto de Vista

Primitivos de salida se recortan en el sistema de coordenadas de proyección normalizada, lo cual se llama también sistema de coordenadas de pantalla de 3D.

Asumiremos que el volumen de vista canónico de proyección paralela se ha utilizado para recorte.

Por lo tanto, las coordenadas de todas las primitivas de salida que quedan están en el volumen de vista $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$, $-1 \le z \le 0$.

En PHIGS se especifica un puerto de vista de 3D a donde se mapea el contenido de este volumen de vista.

El puerto de vista 3D esta contenido en el cubo unitario $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $0 \le z \le 1$.

La cara frontal z=1 del cubo unitario se mapea al cuadrado mas grande que se pueda inscribir en la pantalla de despliegue.

Asumimos que la esquina inferior-izquierda del cuadrado esta en (0,0).

Por ejemplo, en un dispositivo de despliegue con una resolución horizontal de 1024 y una vertical de 800, el cuadrado consiste de pixeles P en ubicaciones (P_x, P_y) con $0 \le P_x \le 799$, $0 \le P_y \le 799$.

Se despliegan puntos en el cubo unitario al descartar su coordenada z.

Por lo tanto, el punto (0.5, 0.75, 0.46) se desplegaría en la coordenadas de dispositivo (400,599).

Dado un puerto de vista 3D dentro del cubo unitario, definido por las ecuaciones $x_{v.min} \le x \le x_{v.max}$, etc., el mapeo del volumen de vista canónico de proyección paralela al puerto de vista 3D se puede hacer en tres pasos.

En el primer paso, el volumen de vista canónico de proyección paralela se traslada de manera que su esquina, (-1, -1, -1) se vuelva el origen.

Esta acción se efectúa por la traslación $T(1,1,1)$.

A continuación, el volumen de vista trasladado se escala al tamaño del puerto de vista 3D, con la escala

$$S((x_{v.max} - x_{v.min})/2, (y_{v.max} - y_{v.min})/2, (z_{v.max} - z_{v.min})/2)$$

Finalmente, el volumen de vista escalado se traslada a la esquina inferior-izquierda del puerto de vista por medio de la traslación $T(x_{v.min}, y_{v.min}, z_{v.min})$.

Por lo tanto, la transformación compuesta de volumen de vista canónico a puerto de vista 3D es

$$M_{VV3DV} = T(x_{v.min}, y_{v.min}, z_{v.min}) \cdot S((x_{v.max} - x_{v.min})/2, (y_{v.max} - y_{v.min})/2, (z_{v.max} - z_{v.min})/2) \cdot T(1,1,1)$$

Nótese que esta transformación es similar, pero no igual, a la transformación de ventana a puerto de vista.

8.6.6 Resumen de Implementación

Existen dos implementación generalmente usadas para transformaciones de vistas.

La primera es apropiada cuando se definen primitivos de salida en 3D y las transformaciones aplicadas a los primitivos de salida nunca crean un W negativo.

Sus pasos son los siguientes:

1. Extender coordenadas 3D a coordenadas homogéneas.
2. Aplicar transformaciones de normalización N_{par} o N_{per}.
3. Dividir por W para mapear de regreso a 3D (en algunos casos, se sabe que W=1, por lo cual la división no es necesaria).
4. Recortar en 3D contra el volumen de vista canónico de proyección paralela o perspectiva, la cual sea mas apropiada.
5. Extender coordenadas 3D a coordenadas homogéneas.
6. Hacer una proyección paralela usando M_{ort}, o hacer un proyección perspectiva usando M_{per}, con d=-1.
7. Trasladar y escalar a coordenadas de dispositivo.
8. Dividir por W y mapear de coordenadas homogéneas a coordenadas 2D; la división efectúa la proyección perspectiva.

Los pasos 6 y 7 se hacen con una sola matriz de multiplicación.

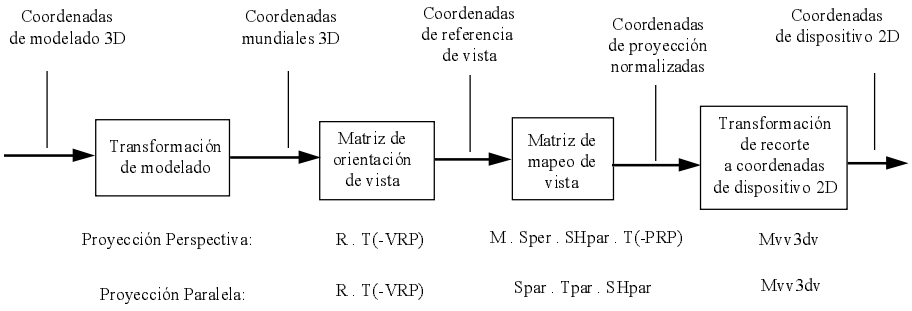
La segunda manera de implementar la operación de vista se requiere cuando las primitivas de salida se definen en coordenadas homogéneas que pudieran tener W<0, cuando las transformaciones aplicadas a las primitivas de salida pudieran crear un W negativo, o cuando se implementa un solo algoritmo de recorte.

Sus pasos son los siguientes:

1. Extender coordenadas 3D a coordenadas homogéneas.
2. Aplicar transformaciones de normalización N_{par} o N'_{per} (que incluye M).
3. Si W>0, recortar en coordenadas homogéneas contra los dos volúmenes de vista.
4. Trasladar y escalar a coordenadas de dispositivo.
5. Dividir por W y mapear de coordenadas homogéneas a coordenadas 2D; la división efectúa la proyección perspectiva.

8.7 Sistemas de Coordenadas

La progresión en los sistemas de coordenadas se muestran a continuación



Comenzando con el sistema de coordenadas que esta mas lejos del dispositivo de despliegue, a la izquierda, los objetos individuales se definen en un **sistema de coordenadas de objeto**.

PHIGS llama a esto el **sistema de coordenadas de modelado**; también se utiliza **sistema de coordenadas local**.

Los objetos se transforman al **sistema de coordenadas mundiales**, el sistema donde se representa una escena u objeto completo, por la **transformación de modelado**.

Este sistema se llama a veces el **sistema de coordenadas del problema** o el **sistema de coordenadas de la aplicación**.

PHIGS usa el **sistema de coordenadas de referencia de vista** como un sistema de coordenadas para definir el volumen de vista.

También se llama sistema (*u*, *v*, *n*) o (*u*, *v*, VPN).

CORE usa un sistema similar pero de mano izquierda; el cual se utiliza para que el ojo o cámara en el origen mire hacia +*z*, incrementando los valores de *z* según se alejan del ojo, *x* esta a la derecha y *y* hacia arriba.

Otros paquetes, como RenderMan de Pixar, ponen restricciones sobre el sistema de coordenadas de referencia de vista, requiriendo que el origen este en el centro de proyección y que la normal al plano de vista sea el eje *z*. Se el llama a esto el **sistema de coordenada de ojo**; RenderMan y algunos otros sistemas utilizan el termino **sistema de coordenadas de cámara**. Los primeros tres pasos de la transformación de normalización de proyección perspectiva convierten del sistema de coordenadas mundiales al sistema de coordenadas de ojo, donde el sistema de coordenadas de ojo es a veces de mano izquierda.

De coordenadas de ojo, se va al **sistema de coordenadas de proyección normalizadas**, o **coordenadas de pantalla 3D**, el sistema de coordenadas del volumen de vista canónico de proyección paralela (y de volumen de vista canónico de proyección perspectiva después de la transformación de perspectiva). El sistema CORE llama este sistema **coordenadas de dispositivo normalizadas 3D**, y aveces se llama **coordenadas de dispositivo lógico 3D**.

El termino *normalizado* generalmente significa que todos los valores de coordenadas están dentro del intervalo 0 a 1, o -1 a 1, mientras que el termino *lógico* significa generalmente que los valores de coordenadas están en algún otro rango pre-especificado, como 0 a 1023, el cual es tipicamente definido para corresponder a algún sistema de coordenadas de dispositivo bastante utilizado.

Proyectar de 3D a 2D crea el **sistema de coordenadas de dispositivo 2D**, también llamado **sistema de coordenadas de dispositivo normalizado**, el **sistema de coordenadas de imagen**, o el **sistema de coordenadas de pantalla**, como en RenderMan. Otros términos incluyen **coordenadas de pantalla**, **coordenadas de dispositivo**, **coordenadas de dispositivo 2D**, **coordenadas de dispositivo físico** (en contraste a dispositivo lógico). RenderMan lo llama la forma física de las **coordenadas de rastreo espacial**.

Por desgracia, no existe un solo estándar en la utilización de muchos de estos términos.

Por ejemplo, el termino **sistema de coordenadas** de pantalla se usa por diferentes autores para referirse a los últimos tres sistemas discutidos, cubriendo coordenadas de 2D y 3D, y coordenadas lógicas y físicas.